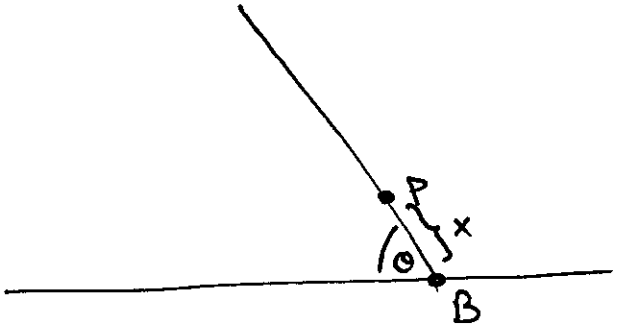
שאלה 1 מועד חורף

(א)



המומנט סביב הנקודה B הוא

$$\tau = -mg\frac{L}{2}\cos\theta$$

(ב) מומנט האינרציה סביב B הוא

$$I = \frac{1}{3}mL^2$$

$$\tau = I\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = -\frac{3}{2}\frac{g}{L}\cos\theta$$

(ג) חלק האורך עד הנקודה P מאורך x העשוי מומנט

<u>שווה</u>

$$\tau_P = -\frac{m(L-x)}{L}g\frac{(L-x)}{2}\cos\theta$$

ולכן כאן מומנט $\tau(x)$ הנגרם מהחלק שבתחת P

בגוון הדפוס

$$\tau(x) - \frac{m(L-x)}{L}g\frac{(L-x)}{2}\cos\theta = \ddot{\theta}\frac{1}{3}m\frac{(L-x)}{L}(L-x)^2$$

בהנחה ש $\cos\theta$ מספיק ק'

(ב)

$$\tau(x) = \frac{1}{3}\frac{m}{L}(L-x)^3\ddot{\theta} - \frac{m}{3}(L-x)^2\ddot{\theta}$$

מקסימום המומנט הוא בתנאי

$$0 = \frac{d\tau}{dx} = -\frac{m}{L}(L-x)^2\ddot{\theta} + \frac{2m}{3}(L-x)\ddot{\theta}$$

זה מומנט מקסימלי עבור

$$L-x = \frac{2}{3}L \Rightarrow x = \frac{1}{3}L$$

לכן נקודת השכיחה הסבירה ביותר.

שאלה 2 מנוע תשובות

בתצלום מנקודת שווי המשקל בפתרון כאן (אבל לא בפתרון)

כי זה טריוויאלי להכניס אותה.

(ג)

$$m\ddot{x} = -kx$$

$$\Rightarrow x(t) = A\cos(\omega t + \varphi) \; ; \; \omega^2 \equiv k/m$$

מתאים התנאי

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t)$$

(ד)

$$m\ddot{x} = -\alpha\dot{x} - kx$$

$$\ddot{x} + \frac{\alpha}{m}\dot{x} + k/m = 0 \; ; \; \omega^2 \equiv k/m$$

נניח

$$x = Ae^{\lambda t}$$

ונקבל

$$* \quad \lambda^2 + \lambda\frac{\alpha}{m} + \omega^2 = 0$$

$$\lambda = -\frac{\alpha}{2m} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\alpha^2}{m^2} - 4\omega^2} = -\frac{\alpha}{2m} \pm \sqrt{\frac{\alpha^2}{4m^2} - \omega^2}$$

נגדיר

$$\Omega^2 \equiv \frac{\alpha^2}{4m^2} - \omega^2$$

$$\frac{\alpha}{2m} \equiv \frac{1}{\tau}$$

תרגיל תרגיל

$$\alpha^2 > 4mk$$

$$x(t) = e^{-\frac{\alpha}{2m}t}\left[A e^{\Omega t} + B e^{-\Omega t}\right]$$

$$\dot{x}(t) = \left[\frac{e^{-t\left[\frac{1}{\tau}+\Omega\right]}\left[A e^{2t\Omega}(\tau\Omega - 1) - B(1+\tau\Omega)\right]}{\tau}\right]$$

תנאי התחלה

$$x(0) = x_0 \Rightarrow A + B = x_0 \Rightarrow B = x_0 - A$$

$$\dot{x}(0) = \frac{A+B}{\tau} + (A-B)\Omega = 0$$

$$\frac{A + x_0 - A}{\tau} + (A - x_0 + A)\Omega = 0$$

$$2A\Omega - x_0\Omega + \frac{x_0}{\tau} = 0$$

$$2A\Omega = x_0\Omega - \frac{x_0}{\tau} = \frac{x_0(\tau\Omega - 1)}{\tau}$$

$$\Rightarrow A = x_0\left(\frac{\Omega - \frac{\alpha}{2m}}{2\Omega}\right)$$

$$B = x_0\left(\frac{\Omega + \frac{\alpha}{2m}}{2\Omega}\right)$$

שאלה 3

א. במערכת הנויטרון, החלקיק נולד ומתפרק בשני אירועים:

$S': (0,0,0,0)$; $(0,0,0,\tau)$

יצירה — התפרקות

במערכת כדוה"א, שני האירועים יהיו:

$S: (0,0,0,0)$; $(x,0,0,t)$

$x'=0$, $t'=\tau$

כשטרנספורמציית לורנץ מקשרת בינהם:

$$x=\gamma(x'+\beta c t')=\gamma\beta c\tau$$

אנו מניחים שקואורדינטה לא תהה לפחות 5 שנות כדי שהנויטרון יוכל לעבור את המרחק לפני שיתפרק. לכן:

$$d=\gamma\beta c\tau \rightarrow \beta\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{d}{c\tau}\equiv\alpha$$

הקיבוה לשם נוחות

נעלה בריבוע ונקבל:

$$\frac{\beta^2}{1+\beta^2}=\alpha^2 \rightarrow \beta^2=\alpha^2(1-\beta^2) \rightarrow \beta^2+\alpha^2\beta^2=\alpha^2$$

כך ש:

$$\beta^2=\frac{\alpha^2}{1+\alpha^2} \longrightarrow \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2/(1+\alpha^2)}}=\sqrt{1+\alpha^2}$$

לכן:

$$\gamma=\sqrt{1+\frac{d^2}{c^2\tau^2}}$$

הגורם השני היא:

$$\frac{d}{c\tau}=\frac{5\,yr\cdot 3\times10^8\,m/sec\cdot 3.2\times10^7\,sec/yr}{3\times10^8\,m/sec\cdot 881\,sec}=1.8\times10^5$$

האנרגיה של הנויטרון היא לכן:

$$E_n=\gamma m_0c^2=1.8\times10^5\cdot 940\,\frac{MeV}{c^2}\cdot c^2=1.7\times10^{14}\,eV$$

ב. לפני ההתפרקות ישנו פיון במנוחה. ה 4-תנע שלו הוא:

$$p_0 = (0,0,0,m_\pi c)$$

אחרי ההתפרקות ישנם שני חלקיקים. משימור תנע הם חייבים לנוע בכיוונים מנוגדים. נבחר להגדיר את כיוון ה-μ בכיוון $\hat{x}$.

במקרה כזה, התנע אחרי ההתפרקות יהיה:

$$p_1 = (p_{\mu,x}, 0, 0, E_\mu/c) + (-\frac{E_\nu}{c}, 0, 0, E_\nu/c)$$

נשווה את ה-4 תנעים, רכיב רכיב. רכיב האנרגיה נותן:

$$E_\mu + E_\nu = m_\pi c^2 \quad (*)$$

רכיב התנע נותן:

$$p_{\mu,x} - \frac{E_\nu}{c} = 0$$

$$\rightarrow p_{\mu,x} = \frac{E_\nu}{c} \longrightarrow p_{\mu,x}^2 = \frac{E_\nu^2}{c^2}$$

אולם, $p_{\mu,x}^2 = \left(\frac{E_\mu}{c}\right)^2 - m_\mu^2 c^2$ ולכן:

$$\frac{E_\nu^2}{c^2} = \left(\frac{E_\mu}{c}\right)^2 - m_\mu^2 c^2$$

נציב את התוצאה במשוואה $(*)$ ונקבל:

$$E_\mu + \sqrt{E_\mu^2 - m_\mu^2 c^4} = m_\pi c^2$$

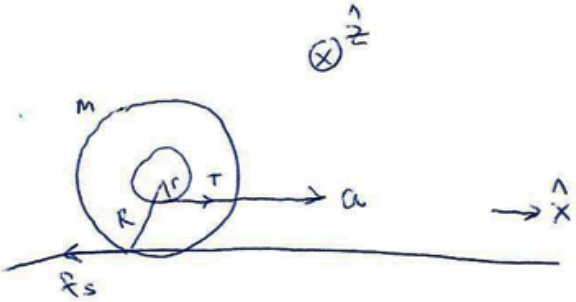
נרשום: $E_\mu = \underbrace{E_{K,\mu}}_{\text{אנרגיה קינטית}} + m_\mu c^2$ ונקבל:

$$m_\pi = \frac{E_{K,\mu}}{c^2} + m_\mu + \sqrt{E_{K,\mu}^2 + 2E_{K,\mu} m_\mu c}$$

נציב $E_{K,\mu} = 4\,MeV$, $m_\mu = 106\,\frac{MeV}{c^2}$ ונקבל:

$$m_\pi = \left(4 + 106 + \sqrt{4^2 + 2\cdot 4\cdot 106}\right)\frac{MeV}{c^2} = 139\,\frac{MeV}{c^2}$$

תשובה לשאלה 4



המשך הכבל שווה להמשך הגוף שנוגע מצלע על הצלע של הכבל

① $a = \dot{v} - \dot{\omega} r = \dot{\omega}(R-r) \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{a}{R-r}$

צלצול לפי הגלגל
$v = \omega R$

② $\vec{N} = (f_s R - Tr)\hat{z} = I\dot{\omega}\hat{z}$ מש' מומנטים סביב מרכז הגוף

③ $I = \frac{1}{2} m R^2$

גוף II

④ $\hat{x}: \ \Sigma F = T - f_s = m\dot{\omega} R \rightarrow Tr = m\dot{\omega} R r + f_s r$

③,④→②: $\frac{1}{2} m R^2 \dot{\omega} = f_s R - m\dot{\omega} R r - f_s r$

$$\dot{\omega} = \frac{f_s (R-r)}{mR(\frac{1}{2}R + r)}$$

① → $$a = \frac{f_s (R-r)^2}{mR(\frac{1}{2}R+r)} \leq \frac{\mu_s g (R-r)^2}{R(\frac{1}{2}R+r)}$$

$f_s \leq \mu_s N = \mu_s m g$

5) נסמן $H = h+R$.

ברור שהרי בראי אתת מכה לשלב כיוון התנועה.

הרדיוס שיבנס לאטמוספרה הוא $a(1-e)=R$

כמו כן בשלב שהנקודה התחתונה הוא תהיה נקודת

קיבוץ במסלול התקבל נקבל $a(1+e)=H$

$$\Downarrow$$

$$a^2(1-e^2) = H\cdot R$$

נבטא את התנע הזוויתי $l = \sqrt{GM_\oplus a(1-e^2)} = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{a} HR}$

יחידת מסה

מצד שני $l = (V_i - \Delta V)\cdot H$

ולכן $(V_i - \Delta V)H = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{a} HR}$ (1)

משוואת האנרגיה הוא:

$$-\frac{GM_\oplus}{H} + \frac{1}{2}(V_i - \Delta V)^2 = -\frac{GM_\oplus}{2a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{H} - \frac{(V-\Delta V)^2}{GM_\oplus} \quad (2)$$

נציב את (2) בתוך (1) ונקבל

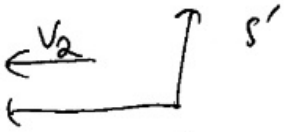
$$\Delta V = V_i - \sqrt{\frac{2GM_\oplus R}{H(H+R)}}$$

מזיהה! $V_i = \sqrt{\frac{GM}{H}}$ נקבל

$$\Delta V = \sqrt{\frac{GM}{h+R}}\left(1 - \sqrt{\frac{2R}{2R+h}}\right)$$

6) זווית במערכת לוחה עץ:

S מערכת המעבדה (לוחה א')
מוט עץ במהירות $\vec{V}_1$ לפי מטה,
יוצר זווית α_1 יחסית לאופק.



S' לוחה ב' עץ שמאלה ב־V_2 ביחס ל־S
* נגדיר את היחסון המתיחי על ציר x שמאלה
"לא!" $\alpha_2 = ?$

פתרון: מספיק להשתמש בטרנספורמציות של התבלרות האורך (בציר x, אך לא בציר y)
בין S ל־S' - אבל זה מתחלק מ־V_1 ומכך שהמוט משתנה עם ההיסטוריה
אלכסונית. אבל נתשב ונגדיר במפורש איך בדיוק מופיעים אורכים וזוויות
בתוך מערכת "חוט, לחטל S. אם כן, נגדיר שני מאורעות:
A תחילת הקלה בחיבור פרק האופק, B תחילת הקלה השני בקרן האופק.

במערכת S:
המאורע A נגדיר $t_A=0$, $x_A=0$, $y_A=0$

ואז המאורע B הוא t_B , $x_B=L_x=L\cos\alpha_1$, $y_B=0$

ומתבטא $V_1\cdot t_B = L_y = L\sin\alpha_1$

כלומר $t_B = \frac{L\sin\alpha_1}{V_1}$

וכך נגדיר את הזווית: $\tan\alpha_1 = \frac{\sin\alpha_1}{\cos\alpha_1} = \frac{L_y}{L_x} = \frac{V_1 t_B}{x_B}$

ונשתמש את ההגדרה הזו נתשב גם ב־S', תוך הקפדה לתבן את V_1, t_B, x_B ל־t_B', x_B', V_1'

במערכת S': $\beta = V_2/c$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

ואז טרנס לורנץ:

$$t_B' = \gamma\left(t_B - \frac{\beta x_B}{c}\right) = \gamma\frac{L\sin\alpha_1}{V_1} - \gamma\beta\frac{L\cos\alpha_1}{c} = \gamma L\left(\frac{\sin\alpha_1}{V_1} - \frac{\beta\cos\alpha_1}{c}\right)$$

$$x_B' = \gamma(x_B - \beta c t_B) = \gamma L\left(\cos\alpha_1 - \frac{\beta c}{V_1}\sin\alpha_1\right)$$

V_1' טרנס מהירות בכיוון נלבה $V_1' = \frac{1}{\gamma}\frac{V_1}{1-\frac{V_2^2}{c^2}} = \frac{V_1}{\gamma}$

ובידוע שבמערכת S'

$$\tan\alpha_2 = \frac{V_1' t_B'}{x_B'} = \frac{V_1}{\gamma}\cdot\frac{\gamma L\left(\frac{\sin\alpha_1}{V_1} - \frac{\beta\cos\alpha_1}{c}\right)}{\gamma L(\cos\alpha_1 - \frac{\beta c}{V_1}\sin\alpha_1)} = \frac{\sin\alpha_1 - \frac{\beta V_1}{c}\cos\alpha_1}{\gamma(\cos\alpha_1 - \frac{\beta c}{V_1}\sin\alpha_1)} = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\tan\alpha_1 - \frac{V_2 V_1}{c^2}}{1 - \frac{V_2}{V_1}\tan\alpha_1}\right)$$