

פתרון בחינה מועד א' בקורס 771122

שאלה 1

א'. כאשר נסגרים המפסקים, עובר מטען מקבל 1 לקבל 2. קצב המעבר לא מעניין כי השאלה מתייחסת לזמן ארוך מאוד שבו תגיע המערכת לשיווי משקל ולא יזרום יותר מטען. אין לשאלה זו שום הבט של פריקת קבל. בשיווי משקל, הפרשי המתחים שעל כל קבל שווים אחד לשני. נחפש את Q_2 , המטען על קבל 2. משימור מטען המטען על קבל 1 יהיה $Q - Q_2$.

$$V = V_1 = V_2$$

$$\frac{Q - Q_2}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$

$$Q_2 = \frac{QC_2}{C_1 + C_2}$$

דרך נוספת היא להתייחס לשני הקבלים כקבל אחד שקול בגודל $C_1 + C_2$ ולכן המתח עליו והמטען Q_2 הם:

$$V = \frac{Q}{C_1 + C_2}$$

$$Q_2 = C_2 V = \frac{QC_2}{C_1 + C_2}$$

ב'. כל האנרגיה שהתבזזה במעבר הלכה לחום על התילים. צריך למצוא את ההפרש בין האנרגיה האצורה במערכת לפני החיבור ואחרי מעבר המטען:

$$E_0 = \frac{Q^2}{2C_1}$$

$$E_1 = \frac{1}{2}C_1V_1^2 + \frac{1}{2}C_2V_2^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)V^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\left(\frac{Q_2}{C_2}\right)^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\left(\frac{Q}{C_1 + C_2}\right)^2$$
$$= \frac{Q^2}{2(C_1 + C_2)}$$

$$\Delta E = E_0 - E_1 = \frac{Q^2}{2C_1} - \frac{Q^2}{2(C_1 + C_2)} = \frac{C_2 Q^2}{2C_1(C_1 + C_2)}$$

ג'. חישבנו כבר את האנרגיה האצורה במערכת אחרי חיבור הנגדים. המילוי בחומר הדיאלקטרי מגדיל את קיבולם פי ϵ_r . לכן האנרגיה תשתנה פי $\frac{1}{\epsilon_r}$ או תקטן פי ϵ_r . למעשה נקבל את התשובה הנכונה גם אם ניקח כל צורך קבלים ומטענים אחר (כמו לדוגמא להתחשב במצב ההתחלתי של המערכת).

שאלה 2

א'. לפנינו פריקת הקבל דרך נגד בצורת טבעת. התנגדות הטבעת היא ההתנגדות ליחידת אורך כפול הקיפה:

$$R_1 = 2\pi r_1 \lambda$$

נשאר רק להציב בנוסחא שניתנה בסוף השאלון:

$$I_1(t) = \frac{Q_0}{2\pi r_1 \lambda C} e^{-\frac{t}{2\pi r_1 \lambda C}}$$

ב'. גם כאן יש רק להציב את הזרם מסעיף קודם בתוצאה הידועה עבור השדה המגנטי במרכז לולאת זרם:

$$B_0(t) = \frac{\mu_0 I_1(t)}{2r_1} = \frac{\mu_0 Q_0}{4\pi r_1^2 \lambda C} e^{-\frac{t}{2\pi_1 \lambda C}}$$

ג'. הזרם בטבעת המרכזית ניתן ע"י הכא"מ המושרה בה שניתן ע"י שינוי השטף דרכה, שמחושב בעזרת ההנחה שהשדה קבוע במרחב דרך הטבעת הקטנה:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot \pi r_2^2 = \frac{r_2^2 \mu_0 Q_0}{4r_1^2 \lambda C} e^{-\frac{t}{2\pi_1 \lambda C}}$$

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2\pi_1 \lambda C} \frac{r_2^2 \mu_0 Q_0}{4r_1^2 \lambda C} e^{-\frac{t}{2\pi_1 \lambda C}} = \frac{r_2^2 \mu_0 Q_0}{8\pi_1^3 \lambda^2 C^2} e^{-\frac{t}{2\pi_1 \lambda C}}$$

$$I_2(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R_2} = \frac{\varepsilon(t)}{2\pi_2 \lambda} = \frac{r_2 \mu_0 Q_0}{16\pi^2 r_1^3 \lambda^3 C^2} e^{-\frac{t}{2\pi_1 \lambda C}}$$

ד'. הזרם בטבעת החיצונית הוא נגד כיוון השעון, ע"פ המוסכם שכיוון הזרימה הוא לפי תנועת המטענים החיוביים. השדה שהוא יוצר יוצא מהדף לפי כלל יד ימין. הזרם הזה קטן בזמן ולכן השינוי בשדה מכיוון אל תוך הדף. כדי להתנגד לשינוי לפי חוק לנץ, נוצר זרם בטבעת הפנימית שגם הוא נגד כיוון השעון והשדה שהוא יוצר יוצא מהדף.

שאלה 3

א'. עבור נוסחת סדרי ההתאבכות הבונה, יש לנו את כל הנתונים חוץ מהמרחק d שבין הסדקים של השריג:

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

$$d = \frac{n\lambda}{\sin \theta} \cong \frac{n\lambda}{x/L} = \frac{n\lambda L}{x} = \frac{2 \cdot 625 \cdot 10^{-9} \cdot 4}{0.1} = 5 \cdot 10^{-5} m$$

מספר הקווים למטר הוא $1/d=20,000$ ולכן במילימטר ישנם 20 קווים.

ב'. הסדרים העוברים דרך העדשה יוצאים כולם מאותה נקודה בשריג. כדי שכולם גם יפגשו על המסך, צריך להתקיים תנאי של דימוי בין מישורי השריג והמסך. נקרא למרחק העדשה מהשריג x .

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{4-x} = \frac{1}{7/16}$$

$$4x^2 - 16x + 7 = 0$$

$$x_{1,2} = 2 \pm 1.5 = 0.5, 3.5$$

ג'. הזווית המקסימאלית שעוברת דרך העדשה נתונה ע"י היחס שבין גובה העדשה ומרחקה מהשריג. יש להציב זווית זו בנוסחה שבה השתמשנו בסעיף א' ולמצוא את הסדר המתאים. הסדר המקסימאלי שיעבור הוא המספר השלם הכי גדול שיכנס בתוצאה:

$$\tan \theta_1 = \frac{0.1}{x_1} = \frac{0.1}{0.5} = 0.2$$

$$\tan \theta_2 = \frac{0.1}{x_1} = \frac{0.1}{3.5}$$

$$n_1 = \frac{d \sin \theta_1}{\lambda} = \frac{d}{\lambda} \sin(\tan^{-1} 0.2) = 15.7$$

$$n_2 = \frac{d \sin \theta_2}{\lambda} = \frac{d}{\lambda} \sin(\tan^{-1} \frac{1}{35}) = 2.3$$

עבור הפתרון במרחק 0.5 מטר יכנסו 15 סדרים. עבור הפתרון במרחק 3.5 מטר יכנסו 2 סדרים. במידה ונלקח בחשבון קרוב זוויות קטנות, התוצאה עבור 0.5 מטר משתנה ל-16 סדרים. גם במקרה זה יינתנו מלוא הנקודות.

האוניברסיטה העברית בירושלים
 החוג לפיסיקה

ד"ר ח. אייזנברג
 מועד א'
 כ"ז בתמוז תשס"ט
 19.7.2009

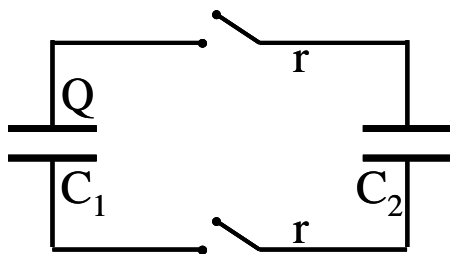
חשמל גלים ואופטיקה לתלמידי רפואה, רפוי"ש ומדעי הרפואה
קורס 77112
 זמן הבחינה – 3 שעות

נא לכתוב בעט ועל צידה השמאלי של המחברת, ולא בשוליים.
אנא זכרו את מספר המחברת.

ענו על כל שלוש השאלות (30 נק' לשאלה) וכן על השאלון בנושא הציוד הרפואי. נמקו כל צעד בפתרון השאלות. בכל שאלה ענו על הסעיפים לפי הסדר שבו הם מופיעים. מותר להיעזר בדף נוסחאות. כתיבה רשלנית תגרע מן הציון.

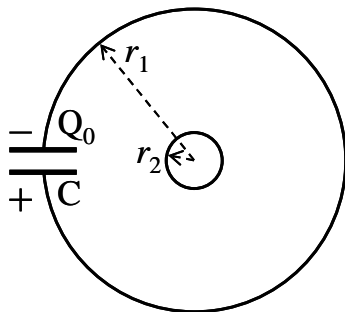
נתונים עבור כל השאלות: $k=9 \cdot 10^9 \text{ [Nm}^2\text{C}^{-2}\text{]}$ (הקבוע הא"ס), $\epsilon_0=8.85 \cdot 10^{-12} \text{ [C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}\text{]}$, $\mu_0=1.26 \cdot 10^{-6} \text{ [C}^2\text{Sec}^2\text{N}^{-1}\text{]}$ (הפרמיטיביטי והפרמיביליטי של הוואקום, בהתאמה).

1. נתונים שני קבלי לוחות המחוברים בינם, אך במצב ההתחלה החיבורים מנותקים ע"י שני מפסקים. קיבול הקבלים C_1 ו- C_2 כאשר מטען בגודל Q נמצא כולו על קבל מספר 1. ההתנגדות הכוללת של כל אחד מהתילים (העליון והתחתון) המחברים את הקבלים היא r .



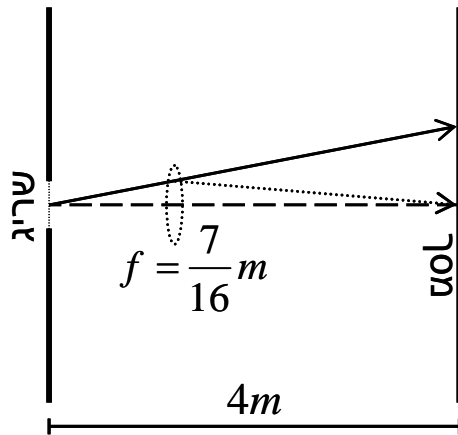
א. ברגע $t=0$ נסגרים שני המפסקים. מהו המטען על קבל מספר 2 לאחר זמן ארוך מאוד?
 ב. כמה אנרגיה התבזבזה בתילים בזמן מעבר המטען?
 ג. ממלאים את שני הקבלים בחומר דיאלקטרי בעל פרימיטיוויות יחסית ϵ_r . פי כמה השתנתה האנרגיה האצורה במערכת בעקבות שינוי זה?

2. נתונות שתי טבעות בעלות מרכז משותף ורדיוסים r_1 ו- r_2 כאשר $r_1 \gg r_2$. הטבעות עשויות מתיל מוליך בעל התנגדות ליחידת אורך של $\lambda \text{ [}\Omega\text{/m]}$. ברגע $t=0$ נתון קבל המוכנס בטבעת החיצונית ועליו מטען Q_0 .



א. כתוב את הזרם בטבעת החיצונית כתלות בזמן עבור $t > 0$.
 ב. מהו השדה המגנטי במרכז הטבעות כתלות בזמן?
 ג. בהנחה שהשדה שחשבת קבוע במרחב באזור הטבעות הפנימית, מהו הזרם דרכה כתלות בזמן?
 ד. שים לב לסימון קוטביות המטען בתרשים. האם כיוון הזרם בלולאה הפנימית הוא עם כיוון השעון או נגדו? נמק.

3. שריג התאבכות מואר בגל אור מישורי באורך גל של 625nm . על מסך במרחק 4m מופיע סדר ההתאבכות השני במרחק 10cm מהציר האופטי.



א. מהי צפיפות הקווים של השריג?
(מספר הקווים לכל מילימטר)

ב. עדשה מרכזת בעלת אורך מוקד של $7/16\text{m}$ ורדיוס של 10cm מוכנסת על הציר האופטי בין השריג והמסך. באיזה מרחק מהשריג יש להכניסה כך שכל סדרי ההתאבכות העוברים דרכה יפגשו בראשית הצירים על המסך? שים לב כי דרושים שני פתרונות עבור השאלה.

ג. מהו הסדר הגבוה ביותר שימוקד עיני העדשה? פתור עבור שני הפתרונות מהסעיף הקודם.

בהצלחה!

תזכורת:

$$I(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{הנוסחה עבור הזרם בזמן פריקת קבל דרך נגד היא:}$$