מכון רקח לפיסיקה **פרופ' ניר שביב**

<u>החוג לפיסיקה</u> **פרופ' ראם סרי**

27.11.2015

מכניקה ויחסות פרטית 77101

בוחן אמצע

- **המבחן לא כולל חומר עזר פרט לפריטים הבאים:**
  דפי נוסחאות
  מחשבון
  מילון
- **יש לנמק את התשובות, תשובה לא מנומקת לא תתקבל.**
- **משך הבחינה שעה וחצי.**
  יש לענות על 3 מתוך 4 השאלות
- **יש לכתוב <u>רק</u> בצד שמאל של המחברת, זאת כדי שניתן יהיה לסרוק אותה. העמודים בצד ימין <u>לא</u> יסרקו.**
- **יש לכתוב את הפתרונות לשאלות שונות בעמודים שונים. את התשובות הסופיות יש להקיף במסגרת.**
- **יש לציין, בצד הפנימי של העטיפה את השאלות שבחרת לבדיקה. שאלות שלא יסומנו לא ייבדקו. בלא ציון השאלות הנבחרות ייבדקו השאלות ע"פ סדר הופעתן.**
- **לא כל הנתונים המוצגים בשאלות <u>בהכרח</u> נחוצים לפתרון.**

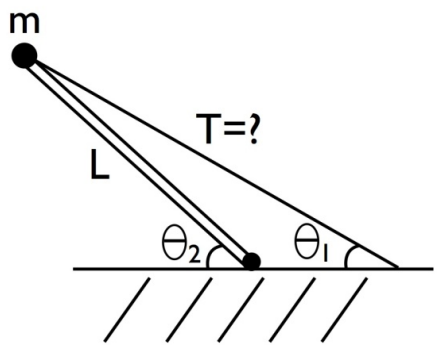
בהצלחה !!!

<u>עני על 3 מתוך 4 השאלות הבאות:</u>

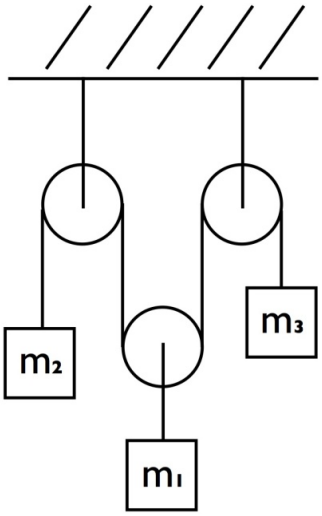
1. נתון מוט חסר מסה באורך L. בקצה אחד שלו מחוברת מסה m ובקצה השני ציר חסר חיכוך, כמתואר בציור. חוט חסר מסה מחובר למוט ויוצר זוית Θ_1 עם המישור האופקי. המוט יוצר זוית Θ_2 עם המישור.

   a. המערכת אינה זזה (ונמצאת בשיווי משקל), מהי המתיחות T בחוט?

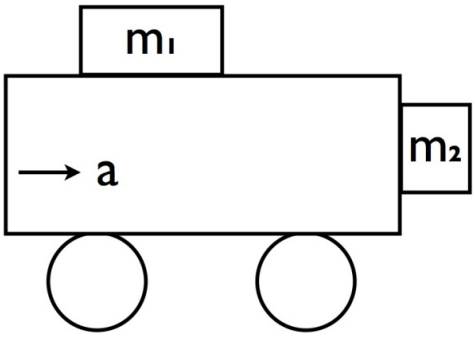
   b. מהו הכח T_R שמפעיל המוט על המסה m?



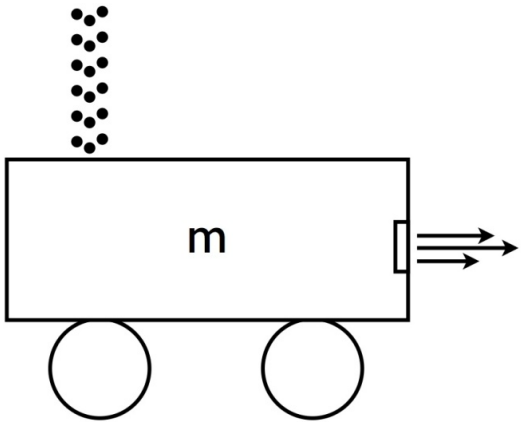
2. במערכת גלגלות חסרות חיכוך וחסרות מסה וחבלים חסרי מסה נתון $m_1 < m_2 < m_3$.
מהי תאוצת כל מסה ולאיזה כיוון? (ראי ציור).



3. עגלה נעה בתאוצה a. מקדם החיכוך הסטטי בין העגלה ו m_1 הוא μ_{S1}. מקדם החיכוך הסטטי בין העגלה ו m_2 הוא μ_{S2} (ראי ציור). מהו טווח התאוצות עבורו m_1 ו m_2 יישארו במקום?



4. נתונה עגלה בעלת מסה m. על העגלה נופל חול בקצב α (מסה ליחידת זמן) עם מהירות אופקית 0. החול מועף מהעגלה באותו קצב אך במהירות Δv יחסית לעגלה (ראי ציור). למה שווה המהירות v(t) של העגלה?

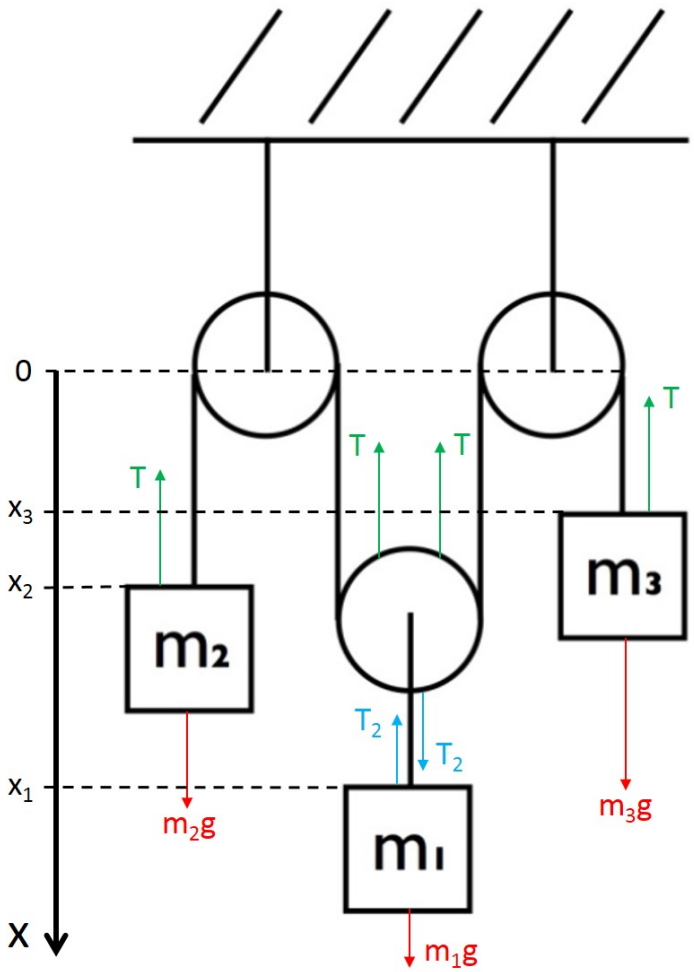


שאלה 1

1. הכוח של המסה על המוט חייב להיות בכיוון המוט, כי הציר חסר מסה כך שכל רכיב ניצב היה גורם לסיבובו. כידוע המתיחות פועלת בכיוון החוט. נבחר את כיוון המוט כציר ה x. סכום הכוחות בכל אחד מהצירים בנפרד חייב להתאפס כי המסה סטטית.
איפוס כוחות בציר y: $Tsin(\varphi-\theta)-mgsin(\pi-\varphi)=0$
ולכן גודל המתיחות $\mathrm{T}=\frac{mgcos(\varphi)}{\sin(\varphi-\theta)}$
2. כעת נשנה את מערכת הצירים ונבחר להסתכל במערכת בה כוח הכבידה פועל בכיוון y.
במערכת הצירים החדשה שלנו איפוס כוחות בציר x: $\mathrm{T_R}\cos(\varphi)=Tcos(\theta)$
מאחר וT ידוע לנו על מנת לקבל את $\mathrm{T_R}$ כל מה שעלינו לעשות הוא להציב: $\mathrm{T_R}=\frac{mgcos(\theta)}{\sin(\varphi-\theta)}$

פיתרון שאלה 2

10 בדצמבר 2015



פיתרון

נבחר את הכיוון החיובי של התנועה להיות מטה. כיוון שהגלגלות חסרות מסה וחסרות חיכוך, המתיחות לאורך החוט שמקשר בין הגלגלות שווה. כיוון שהגלגלת האמצעית חסרת מסה, סכום הכוחות עליה מתאפס, לכן $2T - T_2 = 0$ ו־

$$T_2 = 2T$$

נרשום את החוק השני של ניוטון לכל אחת מהמסות:

$$m_1 a_1 = m_1 g - T_2, \quad m_2 a_2 = m_2 g - T, \quad m_3 a_3 = m_3 g - T$$

את התאוצות a_i אנו צריכים למצוא. יש כאן ארבע משוואות עם חמישה נעלמים. המשוואה החמישית תבוא מ־"חוק שימור החבל", כלומר העובדה שהחבל נשאר מתוח בכל רגע של התנועה. זה גורר קשר אלגברי בין שלושת התאוצות. על מנת למצוא את הקשר, נניח שאורך החוט המקשר בין הגלגלות הוא L, ואורך החוט עליו תלויה m_1 הוא L_2. נסמן ב־x_i את מיקום המסה ה־i, ונחפש קשר בין שלושת ה־x_i־ים. נקבל:

$$\frac{L - x_2 - x_3}{2} + L_2 = x_1$$

סידור מחדש ייתן:

$$2x_1 + x_2 + x_3 = L + 2L_2$$

כעת, נגזור את הקשר הזה פעמיים לפי הזמן. כיוון ש־$\ddot{x}_i = a_i$ ואורכי החוטים קבועים בזמן נקבל:

$$2a_1 + a_2 + a_3 = 0$$

זוהי המשוואה החמישית שהיינו צריכים. פיתרון של מערכת משוואות זו נותן:

$$a_1 = \frac{m_1 m_2 + m_1 m_3 - 4m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_1 m_3 + 4m_2 m_3} g \qquad a_3 = \frac{-3m_1 m_2 + m_1 m_3 + 4m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_1 m_3 + 4m_2 m_3} g$$

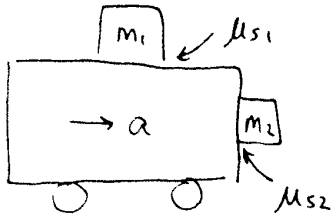
$$a_2 = \frac{m_1 m_2 - 3m_1 m_3 + 4m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_1 m_3 + 4m_2 m_3} g \qquad T = \frac{4m_1 m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_1 m_3 + 4m_2 m_3} g$$

ניתן לקצר קמעה את זמן הפיתרון על ידי תשומת לב לסימטריה בין m_2 ל־m_3. אם נחליף את שתי המסות הללו במערכת, נקבל את אותה המערכת בדיוק, ולכן ברגע שמצאנו את a_2, a_3 תתקבל ממנה על ידי החלפת האינדקסים $2 \leftrightarrow 3$. נשאר רק למצוא לאיזה כיוון מאיצה כל מסה. נתון ש־$m_1 < m_2 < m_3$, לכן ניתן להסיק כי $m_1 m_2 < m_1 m_3 < m_2 m_3$. מהתבוננות על המונה של כל תאוצה מתקבל ש־

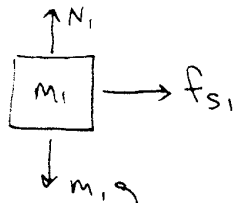
$$a_1 < 0, \quad a_2 > 0, \quad a_3 > 0$$

כיוון שבחרנו את הכיוון החיובי למטה, הרי שמסות m_1, m_2 ו־m_3 מאיצות למעלה, למטה ולמטה, בהתאמה.

3.



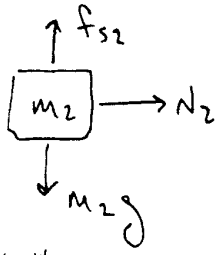
עבור m_1,



חוק II חיכוך סטטי אין תאוצה בציר האנכי $N_1 = m_1 g$

$$m_1 a = f_{s1} \le \mu_{s1} N_1 = \mu_{s1} m_1 g \quad \rightarrow \quad a \le \mu_{s1} g$$

עבור m_2,

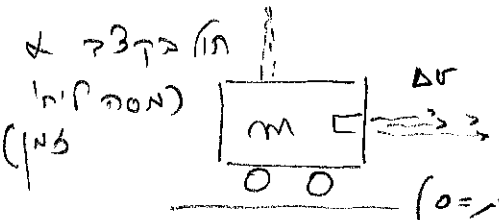


אין תאוצה אנכית חיכוך סטטי חוק II

$$m_2 g = f_{s2} \le \mu_{s2} N_2 = \mu_{s2} m_2 a \quad \rightarrow \quad a \ge \frac{g}{\mu_{s2}}$$

וגלות בעזרת עבור m_1 ו- m_2 שאר שאר במקום:

$$\frac{g}{\mu_{s2}} \le a \le \mu_{s1} g$$



נתונים עגלה בעלת מסה m.
על העגלה נופל חול בקצב α (עם מהירות אופקית $=0$)
(מסה ליחידת זמן). החול מוערף מהעגלה
באותו קצב אך במהירות Δv יחסית לעגלה.
מצאו למה שווה המהירות $v(t)$ של העגלה.

פתרון:

נרשום את משוואת שינוי התנע של העגלה.

$$\frac{dp}{dt} = \dot{P}_{in} - \dot{P}_{out}$$

הקצב בו נכנס תנע למערכת הוא: $\dot{P}_{in} = \alpha \cdot 0$ כי מהירות החול הנכנס 0
(בכיוון האופקי).

קצב יציאת התנע שלקחים הוא:

נעבור כיוון חלבי
הסיר מכיוון הפסת החול

$$\dot{P}_{out} = (v - \Delta v)\alpha \quad \Leftrightarrow \quad \text{התנע שנלקח.}$$

לכן:

$$\frac{dp}{dt} = m_0 \frac{dv}{dt} = 0 - (v - \Delta v)\alpha$$

מסת העגלה אינה משתנה.

נפרד משתנים:

$$-\frac{m_0\, dv}{(v - \Delta v)} = \alpha\, dt$$

$$+\int_{v=0}^{v} \frac{dv}{(v - \Delta v)} = -\frac{\alpha}{m_0} dt$$

$$\exp\left(\ln(v - \Delta v) - \ln \Delta v\right) = \exp\left(-\frac{\alpha}{m_0} t\right)$$

$$v = \Delta v\left(1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{m_0} t\right)\right)$$